

基于脊参数估计的对角加载系数的选取

董 玫, 苏洪涛, 郑巧珍, 陈伯孝

(西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 基于脊回归(Ridge Regression)理论, 提出一种对角加载系数的非参数计算方法. 通过分析剩余矢量随快拍数变化的趋势, 该算法将误差绝对值作为剩余矢量的代价函数. 仿真结果表明, 新算法在小快拍数据和阵列存在失配时能够抑制噪声带来的旁瓣起伏效应, 具有较好的稳健性.

关键词: 波束形成; 对角加载; 脊回归; 最小二乘; 代价函数

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)10-2098-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.10.036

Computation of Diagonal Loading Level for Robust Beamforming via Ridge Regression

DONG Mei, SU Hong-tao, ZHENG Qiao-zhen, CHEN Bai-xiao

(National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A ridge regression-based diagonal loading method is proposed. The absolute residual is used as the penalty function in the algorithm by analyzing the curve of the number of snapshot with residual. The least squares estimation for the variance of residuals is replaced by absolute approximation to enhance the robustness of the ridge parameter. The simulations demonstrate that the method can suppress the fluctuation of side lobe not only in small sample number but also in the circumstance with array errors.

Key words: beamforming; diagonal loading; ridge regression; least squares; penalty function

1 引言

对角加载算法是自适应波束形成中的一个经典算法,它在工程上易于实现,经常用来改善协方差矩阵特征值扩散导致的波束畸变带来的性能下降^[1].但是自从该算法提出以来,一直有一个让工程师无法逾越的障碍,这就是对角加载系数的确定.在实际中,工程师选择加载系数依赖于经验值,通常为噪声功率的 10 ~ 15dB^[2],尽管该经验值在仿真实验中有效,但是噪声功率在实际应用中受环境因素影响大,不能准确得到噪声功率.因此,虽然对角加载算法有效,但是加载系数难以确定,成了该算法应用中的一个弊端.

针对这个难点,国内外已有很多学者对该算法进行了深入的研究^[2-6],提出了一些加载系数的确定方法. JianLi 等人提出的双约束的稳健的自适应波束形成^[7],认为导向矢量的误差分布在一个椭球体中,根据误差的集合可以确定最优的加载量. Vorobyov 等人的最差性能优化的波束形成算法^[8],将凸优化理论中的二阶锥优化

(SOC: Second-order Cone Programming)应用到求解稳健的自适应波束形成,该算法经过变换,也属于对角加载算法的推广.以上算法虽然能唯一地确定加载系数,但是这些算法仍然需要依赖导向矢量误差的模值,该模值属于需要估计的系统参数.针对采样数据有限,样本协方差矩阵不够准确的问题,基于增强协方差矩阵估计的思想, Ledoit 等人提出广义线性组合方法(GLC)^[9],利用样本协方差矩阵和具有某种结构的矩阵的加权线性组合构造出更加准确的观测数据协方差矩阵,其中具有某种结构的矩阵称为收缩目标(Shrinkage Target),它的结构依赖于观测数据的统计特性.在此算法基础上, Yilun 等人提出了 RBLW 算法^[10],依据 Rao-Blackwell 理论,在后验概率条件下计算加载系数,它是 GLC 算法在高斯模型下的特例.因此,这些推广算法的实现也需要对观测条件有一定的先验信息,才能自适应地根据观测数据计算出加载系数. HKB 算法^[11,12]利用脊回归理论对 Capon 算法的线性方程解引入脊参数加强该算法的鲁棒性,是目前少数只由当前数据确定协方差矩阵对角加载系数的

算法.但是该算法在理想情况的大快拍样本下,性能明显下降^[4].

为了更好的利用对角加载算法,且适应于实际环境中经常出现的各种不确定的误差(包含阵列校正误差,导向矢量误差,指向误差等)及小样本观测数据情况,本文基于 HKB 算法提出一种完全由实际观测数据确定加载系数的计算方法.该方法在 Capon 波束形成算法^[13]的基础上,通过广义旁瓣相消(Generalized Sidelobe Canceller)的变换形式^[14],利用脊回归(Ridge Regression)估计理论^[15]对广义线性回归模型进行分析,并采用误差绝对值作为模型中余量的代价函数,通过计算脊参数(Ridge Parameter)从而得到对角加载系数.从仿真结果中看出,加载量能有效地随噪声信号功率变化,改善了协方差矩阵中小特征值带来的方向图畸变,因此应用于波束形成中有着较高的输出信干噪比.

2 Capon 波束形成算法的广义旁瓣相消参数化形式

假定有一个 m 维阵元组成的阵列,对一个复数阵列加权向量 $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^m$,波束形成器的输出为:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(t)$ 是阵列接收数据,有如下形式:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{i}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

对于 $t = 1, 2, \dots, N$, $\mathbf{s}(t)$, $\mathbf{i}(t)$, $\mathbf{n}(t)$ 分别来源于期望信号,干扰和噪声,期望信号是来自 θ_s 方向入射的窄带信号,同时还有来自 θ_k 方向的干扰 $\mathbf{i}_k(t)$. \mathbf{a} 表示阵列导向矢量,不失一般性,假定所有的向量都是归一化的,也就是说 $\|\mathbf{a}\|^2 = m$.

Capon 波束形成(又称为标准的波束形成 SCB)算法^[13]是选择一个使得阵列输出功率最小的加权向量 \mathbf{w} ,使用线性约束二次型问题:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1 \quad (3)$$

其中 \mathbf{R} 代表观测数据的理论协方差矩阵,在实际应用中, \mathbf{R} 通常由有限样本的协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 代替.上述方程的解是:

$$\mathbf{w}_{\text{SCB}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}} \quad (4)$$

式(4)中的加权向量 \mathbf{w} 根据 GSC 可以重新被一个新的参量 $\boldsymbol{\eta}$ 表示为:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}}{m} - \mathbf{B} \boldsymbol{\eta} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{B} \in \mathbf{C}^{m \times (m-1)}$ 是一个半酉矩阵,满足 $\mathbf{B}^H \mathbf{a} = \mathbf{0}$, $\mathbf{B}^H \mathbf{B} = \mathbf{I}$, $\boldsymbol{\eta} \in \mathbf{C}^{(m-1) \times 1}$.在均匀线阵的条件下,一种有效的得到矩阵 \mathbf{B} 的方法是对 \mathbf{a} 进行 QR 分解^[11],其中 \mathbf{B} 是酉矩阵的最后 $m-1$ 列组成的.这样,式(5)可以被写成:

$$\min_{\boldsymbol{\eta}} \left(\mathbf{B} \boldsymbol{\eta} - \frac{\mathbf{a}}{m} \right)^H \mathbf{R} \left(\mathbf{B} \boldsymbol{\eta} - \frac{\mathbf{a}}{m} \right) = \min_{\boldsymbol{\eta}} \left\| \underbrace{\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{B} \boldsymbol{\eta}}_{\mathbf{x}} - \underbrace{\mathbf{R}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{m}}_{\mathbf{b}} \right\| \quad (6)$$

其中 $\mathbf{R}^{1/2}$ 表示正定 Hermitian 矩阵 \mathbf{R} 的均方根.

这样,Capon 波束形成可以被理解为一个超定的最小二乘(Least Squares,以下简称 LS)线性回归方程^[11]:

$$\mathbf{b} = \mathbf{X} \boldsymbol{\eta} + \mathbf{e} \quad (7)$$

其中 \mathbf{e} 是剩余矢量或余项.Capon 波束形成由标准的 LS 解得到:

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{LS}} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{b} \quad (8)$$

然而 LS 解的前提是 $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$ 必须是或近似是单位阵.如果不满足上述条件,那么 LS 解将对误差很敏感,导致估计的参数将不再适合该方程^[15].当 $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$ 的特征值至少有一个接近零时,估计量 $\boldsymbol{\eta}_{\text{LS}}$ 的均方差将取很大的值,这时 $\boldsymbol{\eta}_{\text{LS}}$ 对 $\boldsymbol{\eta}$ 的估计实际已完全失去可靠性,就会出现所谓“病态”现象,这也是 SCB 算法在实际情况中经常失效的原因.

3 脊回归理论

A E Hoerl 于 1962 年首次提出用来改善病态线性回归问题的方法——脊回归估计^[15],定义为

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{RR}}(\rho) = (\mathbf{X}^H \mathbf{X} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{b} \quad (9)$$

其中 $\rho > 0$ 是脊参数.利用脊回归估计能够解决在实际情况中线性方程 $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$ 秩亏损,特征值发散等问题,使得新的估计量与真实参数间的均方差减小,即就是对 $\boldsymbol{\eta}$ 进行某种“收缩”变换,这就是脊回归的基本思想.式(9)又可以表示为

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{RR}}(\rho) = (\mathbf{I}_m + \rho (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1})^{-1} \boldsymbol{\eta}_{\text{LS}} = \mathbf{Z} \boldsymbol{\eta}_{\text{LS}} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{Z} = \mathbf{I} - \frac{\rho}{(\mathbf{X}^H \mathbf{X} + \rho \mathbf{I})}$,且 $\rho > 0$.从式(10)中可以看出,若 $\rho = 0$ 脊回归估计参数 $\boldsymbol{\eta}_{\text{RR}}(\rho)$ 等效为 LS 解 $\boldsymbol{\eta}_{\text{LS}}$.

4 对角加载系数的选取

为了改进 SCB 算法在实际情况中,协方差矩阵 \mathbf{R} 易于出现小特征值,使权向量恶化的情况,因此学者提出了对角加载方法其权向量形式为^[4]:

$$\mathbf{w}_{\text{DL}} = \frac{(\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}} \quad (11)$$

其中 ρ 为对角加载系数.

这里给出了证明式(9)中的脊参数就是式(11)中的对角加载系数的公式推导过程^[11].为了便于理解,公式中的脊参数和加载系数采用了相同的符号 ρ .

首先将式(9)带入到式(5),此时得到了基于脊参数估计的权向量形式 $\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho)$.

$$\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) = \frac{\mathbf{a}}{m} - \mathbf{B} (\mathbf{X}^H \mathbf{X} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{b} \quad (12)$$

将式(6)中 \mathbf{X} 和 \mathbf{b} 的定义, $\mathbf{X} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{B}$, $\mathbf{b} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{a}/m$ 带入式(12)

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) &= \frac{\mathbf{a}}{m} - \mathbf{B} ((\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{B})^H + \rho \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{B})^H \mathbf{R}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{m} \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{R} \mathbf{B} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{R}] \frac{\mathbf{a}}{m} \end{aligned} \quad (13)$$

在上式中括号里的最后一项 \mathbf{R} 加上 $\rho \mathbf{I}$, 由于 $\mathbf{B}^H \mathbf{a} = 0$, $(\rho \mathbf{B}^H \mathbf{a})/m = 0$ 不影响值的大小.

$$\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) = [\mathbf{I} - \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{R} \mathbf{B} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{B}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})] \frac{\mathbf{a}}{m} \quad (14)$$

利用式(5)中 $\mathbf{B}^H \mathbf{B} = \mathbf{I}$ 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) &= [\mathbf{I} - \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{R} \mathbf{B} + \rho \mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})] \frac{\mathbf{a}}{m} \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{B} (\mathbf{B}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I}) \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})] \frac{\mathbf{a}}{m} \end{aligned} \quad (15)$$

定义 $\tilde{\mathbf{R}} \triangleq \mathbf{R} + \rho \mathbf{I}$, 并利用 $\mathbf{I} = \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2}$, $\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2}$, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) &= [\tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} - \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2}] \frac{\mathbf{a}}{m} \\ &= \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \underbrace{[\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \tilde{\mathbf{R}}^{1/2}]}_{\prod_{\tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B}}^{\perp}} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{m} \end{aligned} \quad (16)$$

利用正交投影矩阵的定义^[20] $\prod_A^{\perp} = \mathbf{I} - \prod_A = \mathbf{I} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$, 从式(16)可以看出, $\prod_{\tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B}}^{\perp}$ 是矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B}$ 补空间的正交投影矩阵.

由于 $\mathbf{B}^H \mathbf{a} = 0$, 可以得到 $\mathbf{B}^H \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a} = 0$, 即表示 $\tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a}$ 张成了 $\tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B}$ 的补空间, 因此有 $\prod_{\tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{B}}^{\perp} = \prod_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a}}^{\perp}$, 所以

$$\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) = \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \prod_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a}}^{\perp} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{m} \quad (17)$$

再次利用正交投影矩阵的定义 $\prod_A = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$, 其中 $\mathbf{A} \triangleq \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a}$ 可

$$\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) = \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \frac{\tilde{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{a} \mathbf{a}^H \tilde{\mathbf{R}}^{-1/2}}{\mathbf{a}^H \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}} \tilde{\mathbf{R}}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{m} \quad (18)$$

利用 $\mathbf{a} \mathbf{a}^H = m$ 和推导过程中定义的 $\tilde{\mathbf{R}} \triangleq \mathbf{R} + \rho \mathbf{I}$, 上式经等效变换可

$$\mathbf{w}_{\text{RR}}(\rho) = \frac{(\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H (\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}} = \mathbf{w}_{\text{DL}} \quad (19)$$

以上推导表明脊参数正是对角加载系数. 若 $\rho = 0$ 上式的权向量为标准的波束形成 SCB 算法的解.

从前面论证的内容已知, 通过对矩阵 $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$ 的对角线元素增强 $\rho > 0$, 可以改善由于特征值分散导致对参数 $\boldsymbol{\eta}$ 估计带来较大的方差, 从而获得一个有偏的估计

参数 $\boldsymbol{\eta}_{\text{RR}}(\rho)$, 使得其与真值的均方差小于常规的 LS 估计. 然而 $\boldsymbol{\eta}_{\text{RR}}(\rho)$ 中脊参数 ρ 依赖于未知的系统参数 σ^2 (余量的方差), 这使得 ρ 的确定十分困难. 脊参数的计算是统计界的一个难题, 统计学家做出了多种方法^[12,16], 这里仅对在 HKB 算法中脊参数的计算方法进行讨论, 该算法采用调和平均的思想^[11], 这里我们不对该理论深入分析. HKB 算法在小快拍数据下性能是良好的, 但随着样本数的增加, 加载系数会迅速增加, 大的加载系数会带来过协方差矩阵过加载, 反而会降低输出的 SINR. 通过对原算法的深入分析, 将原算法中对余量方差的最小二乘估计替换为 l_1 估计, 利用 l_1 估计的鲁棒性^[17], 改善原算法存在的缺陷, 使得通过合理的加载提高输出 SINR. 新算法的脊参数计算方法如下

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{l_1}^2 &= \|\mathbf{X} \boldsymbol{\eta}_l - \mathbf{b}\|^2 \quad (20) \\ \rho_{\text{New}} &= \frac{(m-1) \hat{\sigma}_{l_1}^2}{\|\boldsymbol{\eta}_l\|^2} \quad (21) \end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}_l$ 表示 $\boldsymbol{\eta}$ 的 l_1 解. ρ_{New} 为脊参数, 也就是改进算法计算得到的对角加载系数.

改进方法与 HKB 算法的差别体现在对上述式(7)中剩余矢量的约束条件采用不同形式的代价函数. HKB 方法是通过约束剩余矢量平方最小, 得到 $\boldsymbol{\eta}$ 的 2 范数解, 也就是最小二乘解 $\boldsymbol{\eta}_{\text{LS}}$, 进而重新带回式(7)求得剩余矢量的功率 $\hat{\sigma}_{\text{LS}}^2$ 即 $\hat{\sigma}_{\text{LS}}^2 = \|\mathbf{X} \boldsymbol{\eta}_{\text{LS}} - \mathbf{b}\|^2$; 改进方法是通过约束剩余矢量绝对值最小, 得到 $\boldsymbol{\eta}$ 的 1 范数解 $\boldsymbol{\eta}_l$ ^[18], 然后带入式(7)求得新的剩余矢量功率 $\hat{\sigma}_{l_1}^2$ 即式(20).

误差平方和误差绝对值是两个常用的代价函数, 反映了对误差建模的不同的评价机制^[17]. 在自适应波束形成应用背景下, 通常取有限个样本求其算术均值并近似作为统计均值代替接收数据的协方差函数. 理论上样本需要无限长, 但实际上只需足够长, 能够满足工程上的一定精度要求即可. 习惯上认为小快拍是在快拍数不满足足够的快拍数的情况, 大快拍是达到了足够的快拍数情况.

通常认为小快拍下, 噪声, 期望信号以及干扰信号之间存在一定的相关性, 会使式(7)中的余量偏小, 为了得到合适的余量, 这时就需要对剩余矢量给予较大的权重; 然而, 在大快拍下, 噪声, 期望信号以及干扰信号之间的非相关性增强, 这时式(7)中的剩余矢量方差通常会比较接近真实值, 此时保持原本的剩余矢量数值即可. 因此, 基

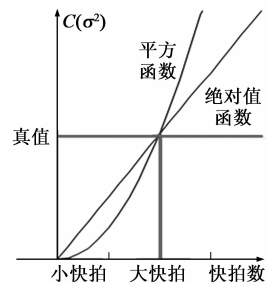


图1 两种代价函数与剩余矢量方差估计随快拍数变化的关系

于以上分析,本文采用误差绝对值作为式(7)中剩余矢量的代价函数,用来增强求解的可靠性.如图1所示,显然以绝对值函数作为代价函数对余量加权随快拍数变化时更加接近真值,而以平方函数为代价函数,在小快拍时,加权系数小,会弱化小快拍情况下的余量方差;而在大快拍下加权系数增大变快,恶化了大快拍情况下已经准确的余量方差,这样的加权与实际数据的特征不符,反而使得求解不准确.这就是 HKB 算法在大快拍下,效果变差的原因.

通过分析式(7)中剩余矢量随数据快拍数的变化趋势,得到以余量的绝对值函数作为误差代价函数是合理的,这是新算法有效的原因.

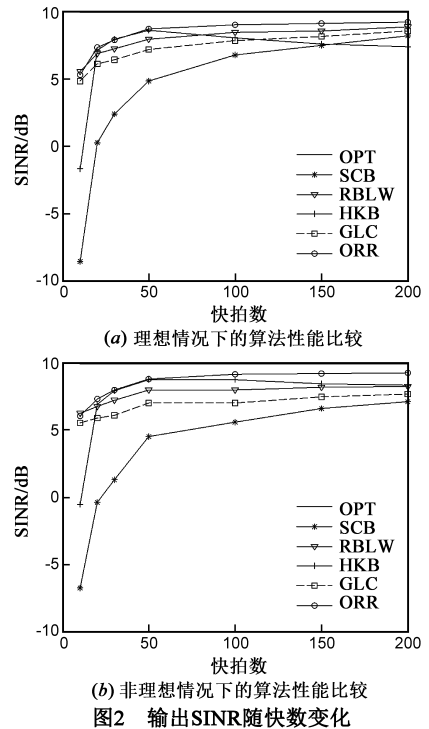
5 数值仿真

为验证本文采用的以误差绝对值作为代价函数的脊参数计算方法 ORR(One-norm Ridge Regression),下面通过一些数值仿真,对目前常用自动计算加载系数的对角加载算法进行性能比较.仿真参数设置如下:考虑一个 $m = 10$ 的均匀线阵,阵元间距为半波长.三组窄带平面波入射,其中期望信号 $\theta_s = 20^\circ$,信噪比 $\text{SNR} = 0\text{dB}$,其余两个是相互独立的干扰信号,一个从 -30° 入射,另一个和期望信号接近,其空间角频率 $\omega = \pi \sin(\theta_s) + (2\pi\gamma)/N$,其中 $\gamma = 0.9$,表示干扰与期望信号的相关程度.两个干扰信号的干扰比 $\text{INR} = 10\text{dB}$.该组仿真参数属于比较恶劣的情况,干扰与期望信号的功率相近,且不太大.在非理想情况下,设阵列存在导向矢量误差^[19],为一个服从均值为 0、协方差矩阵为 $\delta^2 \mathbf{I}$ 的复向量, $\delta = 0.1$.对以下的算法进行比较分析:SCB 标准波束形成算法、HKB 算法、RBLW 算法,GLC 广义线性组合算法.每次统计结果均为 200 次 Monte-Carlo 实验取平均值.

仿真 1 输出 SINR 随快拍数变化

快拍数从 10 到 200 变化,其他条件如上述参数设置,分别仿真理想情况下和非理想情况下的性能.图 2(a)为理想情况下的算法性能比较,从图中可以看出本文的 ORR 算法在所比较的四种算法中性能是最好的,接着是已知噪声分布先验信息的 RBLW 算法,然后是 GLC 算法,最后是 SCB.如图所示,HKB 算法出现了随快拍数的增加性能下降的情况,其在快拍数较小的情况下,与本文 ORR 算法相当,这有可能是小快拍下代价函数带来的差异不明显造成的.图 2(b)为非理想情况下的算法性能比较,本文的 ORR 算法仍然最好,这时 HKB 算法性能改善,但是从曲线的变化可以看出,若快拍数再增大,HKB 算法还是呈下降趋势.因此,从这组仿真图可以看出,本文 ORR 算法确实对 HKB 算法进行了有效地改善,ORR 算法性能稳定,并且在小快拍数据下,性能也稍优

于需要先验信息的 RBLW 算法和 GLC 算法.



仿真 2 小快拍下输出 SINR 随 SNR 变化

信噪比从 -10dB 到 10dB 变化,快拍数为 20,其他条件如上述参数设置,分别仿真理想情况下和非理想情况下的性能.在雷达信号处理背景下的自适应波束形成应用环境中,小快拍数据和高信噪比通常是恶劣的条件.从图 3 的仿真结果可看出,在小快拍数据下,本文 ORR 算法和 HKB 优于其他算法,而且在信噪比增大时且阵列存在误差时,ORR 算法比 HKB 算法优势增大.因此,从这组仿真可以得出,ORR 算法的稳健性较强.

仿真 3 输出 SINR 随指向误差的变化

设期望信号的波束指向存在一定的误差,指向误差在 $(-2^\circ, 2^\circ)$ 之间变化,其他条件如上述参数设置,分别仿真快拍数为 200 和 20 的性能.从图 4(a)可以看出,本文 ORR 算法性能随指向误差变化不明显,当指向误差增大时,性能下降不多.HKB 算法在指向无误差时性能反而变差,这和图 2(a)中的快拍数为 200 时的情况一致.其余算法受指向误差变化比较明显.从图 4(b)可以看出,在小快拍数据下,所有算法均对指向误差的变化不敏感,而本文 ORR 算法的性能是最好的,比图 4(a)的大快拍数据情况下,性能下降约 1.5dB .从这组仿真可以看出,ORR 算法对指向误差有很好的稳健性,适应性强.

仿真 4 加载量随快拍数和噪声功率的变化

如图 5(a)所示,快拍数从 10 到 200 变化,此时噪声功率为 0dB ,其他条件如上述参数设置.本部分仿真

增加了 FDL(Fixed Diagonal Loading)算法,其加载量是主观确定的,本文中取噪声功率的 10dB. 如图所示,FDL 算法为一条直线,表明已知噪声功率时,其加载量不随快拍数变化;GLC 算法和 RBLW 算法的加载量均随着快拍数的增加而减少, HKB 算法的加载量随着快拍数的

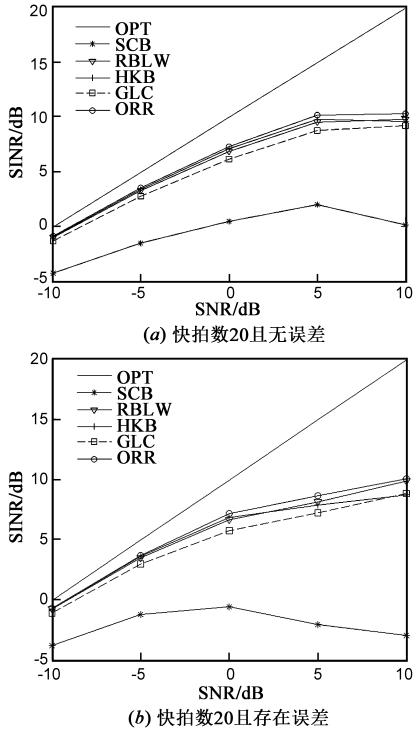


图3 小快拍下输出SINR随SNR的变化

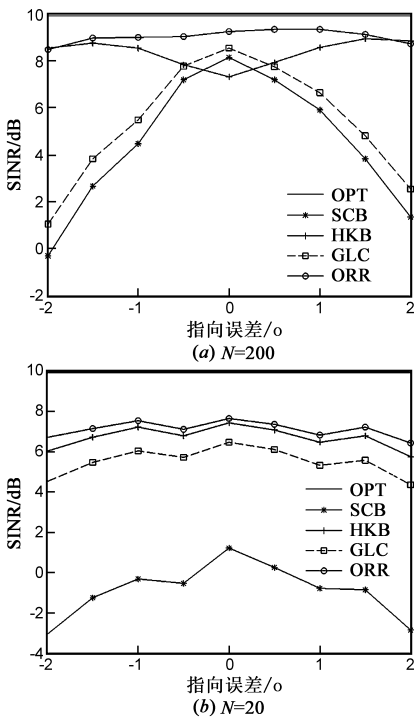


图4 输出SINR随指向误差的变化

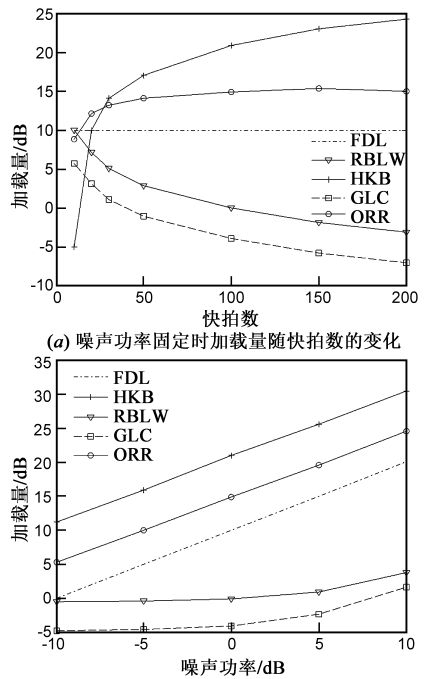


图5

增加而迅速增加, ORR 算法随着快拍数的变化始终保持着一定的加载量, 只在小快拍时小幅度增加. ORR 算法得到的加载量约是噪声功率的 15dB, 这说明 ORR 算法的加载量始终与噪声功率成确定倍数关系, 而且不随快拍数显著变化.

如图 5(b)所示, 噪声从 -10dB 到 10dB 变化, 快拍数为 100, 其他条件如上述参数设置. 根据经验值, 最优加载量为噪声功率的 $10 \sim 15\text{dB}$ ^[2], FDL 算法是一条斜线, 加载量始终是噪声功率的 10dB ; GLC 算法和 RBLW 算法的加载量均随着噪声功率的增加以很小的幅度增加, 显然此时加载量已不能满足抑制小特征值带来的影响; HKB 算法的加载量近似为噪声功率的 10dB , 已经超出了最优加载量的加载范围, 因此会带来协方差矩阵的过加载; ORR 算法的加载量近似为噪声功率的 15dB , 故 ORR 算法计算出的加载量最接近最优加载量.

从这组仿真结果可以看出, 本文 ORR 算法在大快拍和小快拍数据情况下, 均能自适应地计算出合理的加载量, 并且加载量接近最优加载量, 对数据中的噪声成份有很好的抑制作用, 能有效的改善旁瓣起伏效应.

6 结论

对角加载算法是自适应波束形成中的一个经典算法, 它在工程上易于实现, 经常用来改善协方差矩阵特征值扩散导致的波束畸变带来的性能下降. 虽然对角加载算法有效, 但是加载系数难以确定, 成了该算法应

用中的一个弊端.本文提出一种完全由实际观测数据确定加载系数的计算方法.该方法采用误差绝对值作为广义线性回归模型中余量的代价函数,这样处理改善了 HKB 算法在大样本数据时性能下降的缺点,而且提高了算法在小样本时以及数据存在误差时的性能稳健性.综上所述,本文算法不仅能够根据观测数据自适应地计算加载系数,而且新的代价函数更加符合数学模型在实际环境中变化,因此本算法具有较强的稳健性,但是其中关于 l_1 的求解需要占用较长的计算时间.

参考文献

- [1] B Carlson. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. IEEE Trans Aerosp Electron, 1988, 24(4): 397 – 401.
- [2] 彭建辉. 基于凸优化理论的自适应波束形成技术[D]. 湖南长沙: 中国科学技术大学, 2008.
Peng Jian-hui. Adaptive beamforming algorithm based on convex optimization[D]. Changsha, Hunan: University of Science & Technology of China, 2008. (in Chinese)
- [3] Li, P Stoica, Z S Wang. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2003, 51(7): 1702 – 1715.
- [4] Li L Du, P Stoica. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic System, 2010, 46(1): 449 – 458.
- [5] R Lorenz, S P Boyd. Robust minimum variance beamforming [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2005, 53(5): 1684 – 1696.
- [6] J Yang, X C Ma, C H Hou, Y C Liu. Automatic generalized loading for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Signal Process Lett, 2009, 16(3): 219 – 222.
- [7] J Li, P Stoica, Z S Wang. Doubly constrained robust Capon beamformer[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2004, 52(9): 2407 – 2432.
- [8] S A Vorobyov, A B Gershman, Z Q Luo. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2003, 51(2): 313 – 324.
- [9] O Ledoit, M Wolf. A well-conditioned estimator for large dimensional covariance matrices[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2004, 88: 365 – 411.
- [10] Y L Chen, Ami Wiesel, Y C Eldar, Alfred O Hero. Shrinkage algorithms for MMSE covariance estimation[J]. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58(10): 5016 – 5029.
- [11] Y Selen, R Abrahamsson, P Stoica. Automatic robust adaptive beamforming via ridge regression[J]. Signal Processing, 2008, 88(1): 33 – 49.

- [12] A E Hoerl, et al. Ridge regression: some simulations[J]. Commun Stat Theory Methods, 1975, 4: 105 – 123.
- [13] J Capon. High resolution frequency-wave number spectrum analysis[J]. Proceedings of IEEE, 1969, 57: 1408 – 1418.
- [14] H L Van Trees. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory[M]. New York: Wiley, 2002.
- [15] A E Horel, R W Kennard. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems[J]. Technometrics, 1970, 12(1): 55 – 67.
- [16] T Kubokawa, M S Srivastava. Improved empirical Bayes ridge regression estimators under multicollinearity[J]. Commun Stat Theory Methods, 2004, 33(8): 1943 – 1973.
- [17] S Boyd, V Lieven. Convex Optimization[M]. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [18] M Grant, S Boyd. CVX; Matlab software for disciplined convex programming [OL]. <http://stanford.edu/boyed/cvx>, 2009 – 06.
- [19] O Besson, A A Monakov, C Chalus. Signal waveform estimation in the presence of uncertainties about the steering vector [J]. IEEE Trans Signal Process, 2004, 52(9): 2432 – 2440.
- [20] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. 670 – 671.
Zhang Xian-da. Matrix Analysis & Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. 670 – 671. (in Chinese)

作者简介



董 玫 女, 1980 年 11 月生, 陕西宝鸡人. 博士, 西安电子科技大学副教授, 雷达信号处理国防科技重点实验室成员. 分别于 2003 年 7 月, 2006 年 3 月和 2009 年 3 月, 获得西安电子科技大学电子工程专业工学学士, 信号与信息处理专业硕士和博士学位. 从 2006 年 4 月开始留校工作, 一直从事电子信息工程, 信号与信息处理等方面的教学和科研工作. 已发表论文 20 余篇. 对阵列信号处理、自适应波束形成、空间谱估计理论有深入研究.

E-mail: dmei2006@xidian.edu.cn



苏洪涛 男, 1974 年 7 月生, 河南人. 博士, 西安电子科技大学教授, 博士生导师, 雷达信号处理国防科技重点实验室成员. 2011 年获国家科学技术进步一等奖, 2010 年获国防科技进步特等奖. 研究领域涉及超视距雷达技术、雷达信号处理、目标检测与跟踪、自适应干扰抑制等.

E-mail: suht@xidian.edu.cn